

## FORMULAIRE DE MATHÉMATIQUES

### B.T.S. COMPTABILITÉ ET GESTION

#### 1. RELATIONS FONCTIONNELLES :

$$\ln(ab) = \ln a + \ln b, \text{ où } a > 0 \text{ et } b > 0$$

$$\exp(a+b) = \exp a \times \exp b$$

$$a^t = e^{t \ln a}, \text{ où } a > 0$$

$$t^\alpha = e^{\alpha \ln t}, \text{ où } t > 0$$

#### 2. CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL

##### a) Limites usuelles

###### Comportement à l'infini

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} \ln t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^t = +\infty ;$$

$$\lim_{t \rightarrow -\infty} e^t = 0 ;$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = +\infty ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} t^\alpha = 0$$

###### Comportement à l'origine

$$\lim_{t \rightarrow 0} \ln t = -\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = 0 ; \quad \text{si } \alpha < 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow 0} t^\alpha \ln t = 0.$$

###### Croissances comparées à l'infini

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{e^t}{t^\alpha} = +\infty$$

$$\text{Si } \alpha > 0, \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t}{t^\alpha} = 0$$

##### b) Dérivées et primitives :

###### Fonctions usuelles

| $f(t)$                                 | $f'(t)$               |
|--|-----------------------|
| $\ln t$                                | $\frac{1}{t}$         |
| $e^t$                                  | $e^t$                 |
| $t^\alpha \ (\alpha \in \mathbb{R}^*)$ | $\alpha t^{\alpha-1}$ |

###### Opérations

$$(u+v)' = u' + v'$$

$$(ku)' = k u'$$

$$(uv)' = u'v + uv'$$

$$\left(\frac{1}{u}\right)' = -\frac{u'}{u^2}$$

$$\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$$

$$(v \circ u)' = (v' \circ u)u'$$

$$(e^u)' = e^u u'$$

$$(\ln u)' = \frac{u'}{u}, \text{ } u \text{ à valeurs strictement positives}$$

$$(a^u)' = a u^{a-1} u'$$

**c) Calcul intégral**

Valeur moyenne de  $f$  sur  $[a, b]$  :

$$\frac{1}{b-a} \int_a^b f(t) dt$$

Intégration par parties :

$$\int_a^b u(t) v'(t) dt = [u(t)v(t)]_a^b - \int_a^b u'(t) v(t) dt$$

**d) Equations différentielles**

| Equations | Solutions sur un intervalle I |
|-----------|-------------------------------|
| $y' = ay$ | $f(t) = ke^{at}$              |

**3. PROBABILITES :**

a) **Loi binomiale**  $P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$  où  $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$  ;

$$E(X) = np ; \quad \sigma(X) = \sqrt{npq}$$

b) **Loi de Poisson**

$$P(X = k) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^k}{k!}$$

$$E(X) = \lambda$$

$$V(X) = \lambda$$

| $k \backslash \lambda$ | 0,2    | 0,3    | 0,4    | 0,5    | 0,6    |
|------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
| 0                      | 0,8187 | 0,7408 | 0,6703 | 0,6065 | 0,5488 |
| 1                      | 0,1637 | 0,2222 | 0,2681 | 0,3033 | 0,3293 |
| 2                      | 0,0164 | 0,0333 | 0,0536 | 0,0758 | 0,0988 |
| 3                      | 0,0011 | 0,0033 | 0,0072 | 0,0126 | 0,0198 |
| 4                      | 0,0000 | 0,0003 | 0,0007 | 0,0016 | 0,0030 |
| 5                      |        | 0,0000 | 0,0001 | 0,0002 | 0,0003 |
| 6                      |        |        | 0,0000 | 0,0000 | 0,0000 |

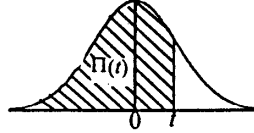
| $k \backslash \lambda$ | 1     | 1,5   | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     | 10    |
|------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 0                      | 0,368 | 0,223 | 0,135 | 0,050 | 0,018 | 0,007 | 0,002 | 0,001 | 0,000 | 0,000 | 0,000 |
| 1                      | 0,368 | 0,335 | 0,271 | 0,149 | 0,073 | 0,034 | 0,015 | 0,006 | 0,003 | 0,001 | 0,000 |
| 2                      | 0,184 | 0,251 | 0,271 | 0,224 | 0,147 | 0,084 | 0,045 | 0,022 | 0,011 | 0,005 | 0,002 |
| 3                      | 0,061 | 0,126 | 0,180 | 0,224 | 0,195 | 0,140 | 0,089 | 0,052 | 0,029 | 0,015 | 0,008 |
| 4                      | 0,015 | 0,047 | 0,090 | 0,168 | 0,195 | 0,176 | 0,134 | 0,091 | 0,057 | 0,034 | 0,019 |
| 5                      | 0,003 | 0,014 | 0,036 | 0,101 | 0,156 | 0,176 | 0,161 | 0,128 | 0,092 | 0,061 | 0,038 |
| 6                      | 0,001 | 0,004 | 0,012 | 0,050 | 0,104 | 0,146 | 0,161 | 0,149 | 0,122 | 0,091 | 0,063 |
| 7                      | 0,000 | 0,001 | 0,003 | 0,022 | 0,060 | 0,104 | 0,138 | 0,149 | 0,140 | 0,117 | 0,090 |
| 8                      |       | 0,000 | 0,001 | 0,008 | 0,030 | 0,065 | 0,103 | 0,130 | 0,140 | 0,132 | 0,113 |
| 9                      |       |       | 0,000 | 0,003 | 0,013 | 0,036 | 0,069 | 0,101 | 0,124 | 0,132 | 0,125 |
| 10                     |       |       |       | 0,001 | 0,005 | 0,018 | 0,041 | 0,071 | 0,099 | 0,119 | 0,125 |
| 11                     |       |       |       | 0,000 | 0,002 | 0,008 | 0,023 | 0,045 | 0,072 | 0,097 | 0,114 |
| 12                     |       |       |       |       | 0,001 | 0,003 | 0,011 | 0,026 | 0,048 | 0,073 | 0,095 |
| 13                     |       |       |       |       |       | 0,000 | 0,001 | 0,005 | 0,014 | 0,030 | 0,050 |
| 14                     |       |       |       |       |       |       | 0,000 | 0,002 | 0,007 | 0,017 | 0,032 |
| 15                     |       |       |       |       |       |       |       | 0,001 | 0,003 | 0,009 | 0,019 |
| 16                     |       |       |       |       |       |       |       | 0,000 | 0,001 | 0,005 | 0,011 |
| 17                     |       |       |       |       |       |       |       |       | 0,001 | 0,002 | 0,006 |
| 18                     |       |       |       |       |       |       |       |       | 0,000 | 0,001 | 0,003 |
| 19                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       | 0,000 | 0,001 |
| 20                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       | 0,001 |
| 21                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       | 0,000 |
| 22                     |       |       |       |       |       |       |       |       |       |       | 0,000 |

c) Loi normale

La loi normale centrée réduite est caractérisée par la densité de probabilité :  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$

EXTRAITS DE LA TABLE DE LA FONCTION INTEGRALE DE LA LOI NORMALE CENTREE, REDUITE N(0,1)

$$\Pi(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$$



| t   | 0.00    | 0.01    | 0.02    | 0.03    | 0.04    | 0.05    | 0.06    | 0.07    | 0.08    | 0.09    |
|-----|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0.0 | 0.500 0 | 0.504 0 | 0.508 0 | 0.512 0 | 0.516 0 | 0.519 9 | 0.523 9 | 0.527 9 | 0.531 9 | 0.535 9 |
| 0.1 | 0.539 8 | 0.543 8 | 0.547 8 | 0.551 7 | 0.555 7 | 0.559 6 | 0.563 6 | 0.567 5 | 0.571 4 | 0.575 3 |
| 0.2 | 0.579 3 | 0.583 2 | 0.587 1 | 0.591 0 | 0.594 8 | 0.598 7 | 0.602 6 | 0.606 4 | 0.610 3 | 0.614 1 |
| 0.3 | 0.617 9 | 0.621 7 | 0.625 5 | 0.629 3 | 0.633 1 | 0.636 8 | 0.640 6 | 0.644 3 | 0.648 0 | 0.651 7 |
| 0.4 | 0.655 4 | 0.659 1 | 0.662 8 | 0.666 4 | 0.670 0 | 0.673 6 | 0.677 2 | 0.680 8 | 0.684 4 | 0.687 9 |
| 0.5 | 0.691 5 | 0.695 0 | 0.698 5 | 0.701 9 | 0.705 4 | 0.708 8 | 0.712 3 | 0.715 7 | 0.719 0 | 0.722 4 |
| 0.6 | 0.725 7 | 0.729 0 | 0.732 4 | 0.735 7 | 0.738 9 | 0.742 2 | 0.745 4 | 0.748 6 | 0.751 7 | 0.754 9 |
| 0.7 | 0.758 0 | 0.761 1 | 0.764 2 | 0.767 3 | 0.770 4 | 0.773 4 | 0.776 4 | 0.779 4 | 0.782 3 | 0.785 2 |
| 0.8 | 0.788 1 | 0.791 0 | 0.793 9 | 0.796 7 | 0.799 5 | 0.802 3 | 0.805 1 | 0.807 8 | 0.810 6 | 0.813 3 |
| 0.9 | 0.815 9 | 0.818 6 | 0.821 2 | 0.823 8 | 0.825 4 | 0.828 9 | 0.831 5 | 0.834 0 | 0.836 5 | 0.838 9 |
| 1.0 | 0.841 3 | 0.843 8 | 0.846 1 | 0.848 5 | 0.850 8 | 0.853 1 | 0.855 4 | 0.857 7 | 0.859 9 | 0.862 1 |
| 1.1 | 0.864 3 | 0.866 5 | 0.868 6 | 0.870 8 | 0.872 9 | 0.874 9 | 0.877 0 | 0.879 0 | 0.881 0 | 0.883 0 |
| 1.2 | 0.884 9 | 0.886 9 | 0.888 8 | 0.890 7 | 0.892 5 | 0.894 4 | 0.896 2 | 0.898 0 | 0.899 7 | 0.901 5 |
| 1.3 | 0.903 2 | 0.904 9 | 0.906 6 | 0.908 2 | 0.909 9 | 0.911 5 | 0.913 1 | 0.914 7 | 0.916 2 | 0.917 7 |
| 1.4 | 0.919 2 | 0.920 7 | 0.922 2 | 0.923 6 | 0.925 1 | 0.926 5 | 0.927 9 | 0.929 2 | 0.930 6 | 0.931 9 |
| 1.5 | 0.933 2 | 0.934 5 | 0.935 7 | 0.937 0 | 0.938 2 | 0.939 4 | 0.940 6 | 0.941 8 | 0.942 9 | 0.944 1 |
| 1.6 | 0.945 2 | 0.946 3 | 0.947 4 | 0.948 4 | 0.949 5 | 0.950 5 | 0.951 5 | 0.952 5 | 0.953 5 | 0.954 5 |
| 1.7 | 0.955 4 | 0.956 4 | 0.957 3 | 0.958 2 | 0.959 1 | 0.959 9 | 0.960 8 | 0.961 6 | 0.962 5 | 0.963 3 |
| 1.8 | 0.964 1 | 0.964 9 | 0.965 6 | 0.966 4 | 0.967 1 | 0.967 8 | 0.968 6 | 0.969 3 | 0.969 9 | 0.970 6 |
| 1.9 | 0.971 3 | 0.971 9 | 0.972 6 | 0.973 2 | 0.973 8 | 0.974 4 | 0.975 0 | 0.975 6 | 0.976 1 | 0.976 7 |
| 2.0 | 0.977 2 | 0.977 9 | 0.978 3 | 0.978 8 | 0.979 3 | 0.979 8 | 0.980 3 | 0.980 8 | 0.981 2 | 0.981 7 |
| 2.1 | 0.982 1 | 0.982 6 | 0.983 0 | 0.983 4 | 0.983 8 | 0.984 2 | 0.984 6 | 0.985 0 | 0.985 4 | 0.985 7 |
| 2.2 | 0.986 1 | 0.986 4 | 0.986 8 | 0.987 1 | 0.987 5 | 0.987 8 | 0.988 1 | 0.988 4 | 0.988 7 | 0.989 0 |
| 2.3 | 0.989 3 | 0.989 6 | 0.989 8 | 0.990 1 | 0.990 4 | 0.990 6 | 0.990 9 | 0.991 1 | 0.991 3 | 0.991 6 |
| 2.4 | 0.991 8 | 0.992 0 | 0.992 2 | 0.992 5 | 0.992 7 | 0.992 9 | 0.993 1 | 0.993 2 | 0.993 4 | 0.993 6 |
| 2.5 | 0.993 8 | 0.994 0 | 0.994 1 | 0.994 3 | 0.994 5 | 0.994 6 | 0.994 8 | 0.994 9 | 0.995 1 | 0.995 2 |
| 2.6 | 0.995 3 | 0.995 5 | 0.995 6 | 0.995 7 | 0.995 9 | 0.996 0 | 0.996 1 | 0.996 2 | 0.996 3 | 0.996 4 |
| 2.7 | 0.996 5 | 0.996 6 | 0.996 7 | 0.996 8 | 0.996 9 | 0.997 0 | 0.997 1 | 0.997 2 | 0.997 3 | 0.997 4 |
| 2.8 | 0.997 4 | 0.997 5 | 0.997 6 | 0.997 7 | 0.997 7 | 0.997 8 | 0.997 9 | 0.997 9 | 0.998 0 | 0.998 1 |
| 2.9 | 0.998 1 | 0.998 2 | 0.998 2 | 0.998 3 | 0.998 4 | 0.998 4 | 0.998 5 | 0.998 5 | 0.998 6 | 0.998 6 |

TABLE POUR LES GRANDES VALEURS DE t

| t    | 3,0      | 3,1      | 3,2      | 3,3      | 3,4      | 3,5      | 3,6       | 3,8       | 4,0       | 4,5       |
|------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| Π(t) | 0,998 65 | 0,999 04 | 0,999 31 | 0,999 52 | 0,999 66 | 0,999 76 | 0,999 841 | 0,999 928 | 0,999 968 | 0,999 997 |

Nota :  $\Pi(-t) = 1 - \Pi(t)$